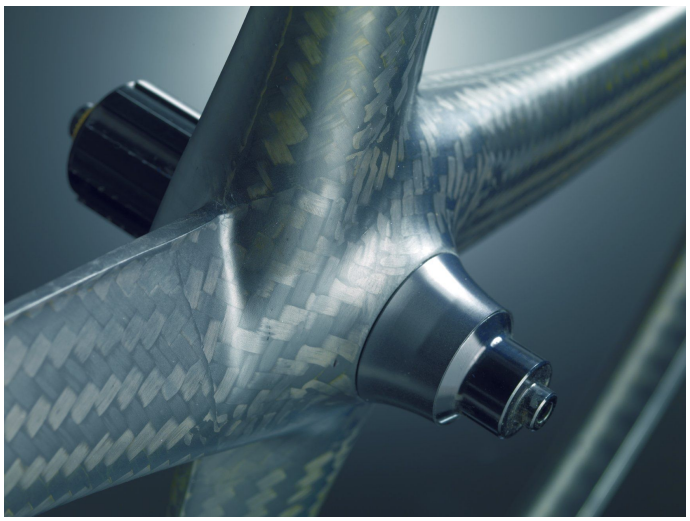
Università di Pisa
Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria Meccanica

Appunti di

Comportamento Meccanico dei Materiali



Federico Caroti

Giacomo Maglio

Appunti tratti dal corso del Prof. M. Beghini

Anno Accademico 2013/2014

Indice

1 La deformazione **1**
1.1 Principali tipologie di deformazione . . . 1
1.1.1 Deformazione elastica . . . 1
1.1.2 Deformazione plastica . . . 2
1.1.3 Deformazione termica . . . 3
1.1.4 Deformazione igroscopica . . . 4
1.1.5 Deformazione viscosa . . . 4
1.1.6 Fenomeni di accoppiamento . . . 4
1.2 Modelli matematici . . . 5
1.2.1 Trasformazioni affini . . . 6
1.2.2 La matrice dell'ebanista . . . 7
1.2.3 Trasformazioni non affini . . . 8
1.2.4 Il tensore delle piccole deformazioni . . . 9
1.2.5 Le grandi deformazioni . . . 10
1.3 Grandi deformazioni nella prova di trazione . . . 17

2 Meccanismi di rottura **19**
2.1 Rottura fragile vs rottura duttile . . . 19
2.2 Comportamento fragile e duttile in presenza di fessure . . . 20

3 Stati piani di tensione e di deformazione **22**
3.1 *Plane stress* e *plane strain* . . . 22
3.2 *Plane strain* generalizzato . . . 23
3.3 Il problema di Kirsch . . . 26
3.3.1 Estensione al caso biassiale . . . 30
3.4 Il problema di Inglis . . . 32

4 Teoria della plasticità **33**
4.1 Plasticità monoassiale . . . 34
4.1.1 Modello elastico-perfettamente plastico . . . 35
4.1.2 Modello rigido-plastico . . . 35
4.1.3 Modello incrudente-bilineare . . . 36
4.1.4 Modello esponenziale . . . 37
4.1.5 Modello di Ramberg-Osgood . . . 37
4.1.6 Modello di Hollomon . . . 38
4.2 Plasticizzazione di una trave in flessione . . . 38
4.2.1 Processo di plasticizzazione . . . 39

4.2.2 Analisi dei risultati . . . 42
4.3 Cenni di analisi limite (o di collasso) . . . 45
4.4 Plastcità multiassiale . . . 47
4.4.1 Criterio di snervamento . . . 47
4.4.2 Valutazione dell'effetto della variazione di carico . . . 49
4.4.3 Legge di flusso plastico . . . 50
4.4.4 Legge di incrudimento . . . 51

5 Materiali compositi **53**
5.1 Il laminato bimetallico . . . 53
5.2 Materiali compositi elastico lineari . . . 58
5.2.1 Materiale triclino . . . 60
5.2.2 Materiale monoclino . . . 60
5.2.3 Materiale ortotropo . . . 61
5.3 Cenni di tecnologia dei materiali compositi . . . 64
5.3.1 Materiali impiegati . . . 64
5.3.2 Processi tecnologici . . . 66
5.4 Modelli meccanici . . . 66
5.5 Comportamento macromeccanico di una lamina . . . 67
5.5.1 Analisi di rigidezza . . . 68
5.5.2 Analisi di resistenza . . . 71
5.6 Comportamento macromeccanico di un laminato . . . 77
5.6.1 Teoria classica della laminazione . . . 78
5.6.2 Effetti di bordo . . . 82
5.7 Modelli mesomeccanici . . . 85
5.7.1 Stima della rigidezza . . . 86
5.7.2 Stima della resistenza . . . 89

A Effetti di bordo in una lamina bimetallica **92**
A.1 Modello monodimensionale . . . 92
A.2 Modello agli elementi finiti . . . 93
A.2.1 Descrizione del modello . . . 93
A.2.2 Validazione del modello . . . 94
A.2.3 Andamento della σ_{zy} . . . 95
A.2.4 Andamento della σ_{yy} . . . 96
A.3 Conclusioni . . . 96

B Analisi di collasso plastico di una lamina bimetallica **98**
B.1 Formulazione del problema . . . 98
B.2 Analisi dei risultati . . . 99
B.3 Verifica del teorema di Betti . . . 101
B.4 Conclusioni . . . 101

C Grandi deformazioni nella prova di trazione **103**
C.1 Descrizione del modello FEM . . . 103
C.2 Elaborazione dei dati . . . 104
C.3 Analisi dei risultati . . . 105
C.4 Conclusioni . . . 106

Capitolo 1

La deformazione

La deformazione è una quantificazione delle modifiche che subiscono le proprietà geometriche di un materiale rispetto ad una configurazione di riferimento, quando su di esso agiscono delle azioni esterne. Dal punto di vista matematico le deformazioni sono associate al campo di spostamento, un campo vettoriale che identifica la posizione dei punti del dominio con il quale viene modellata la geometria del materiale rispetto alla configurazione di riferimento. Dal punto di vista sperimentale le deformazioni possono essere stimate partendo dalla misura delle variazioni di forma. A differenza della tensione, la deformazione è una grandezza costitutiva, per cui, per essere analizzata, non può non essere associata al tipo di meccanismo deformativo in atto.

1.1 Principali tipologie di deformazione

Di seguito sono elencate e brevemente descritte le caratteristiche salienti dei meccanismi deformativi più diffusi.

1.1.1 Deformazione elastica

La caratteristica più evidente di una deformazione puramente elastica sta nella **reversibilità** del processo: una volta rimossa la causa di tale deformazione, il pezzo torna allo stato originale, senza deformazioni residue.

Dal punto di vista energetico, è noto che nei processi deformativi di tipo elastico è possibile definire una **energia potenziale**, in quanto il campo delle forze esterne all'elemento infinitesimo di materiale è conservativo. In altre parole non si ha dissipazione di energia, il che è coerente con quanto detto sopra a proposito della reversibilità.

Dal punto di vista reologico, le deformazioni elastiche distorcono il reticolo cristallino mantenendo l'integrità dei legami interatomici; non si hanno cioè moti di dislocazioni o scorrimenti di piani cristallini. Questa considerazione non è valida nell'ambito del comportamento dei materiali polimerici, nei quali l'elasticità è legata alla rottura e alla riformazione di particolari legami interni secondari.

Infine, dal punto di vista matematico, si può asserire che la relazione tensione - deformazione elastica è biunivoca e lineare. La prima caratteristica assicura l'assenza di cicli di isteresi, che sono dovuti a effetti viscosi. La linearità, invece, non è in linea teorica intrinseca in ogni processo deformativo elastico: supponendo di poter caricare un monocristallo privo di difetti in maniera perfettamente triassiale, non si avrebbe mai snervamento, per